



期望效用函数

第6章



6.1 期望效用函数

- 效用函数 U 取决于：未来状态的概率，不同状态下对消费的偏好
- 状态概率：外生给定、公共信息
- 消费路径的效用可能取决于：消费水平、状态
- 设想：把个人消费偏好对 U 的影响与状态概率对 U 的影响分开



期望效用函数

- expected utility function: 不同消费路径效用的期望值
- 即不确定消费计划的效用（偏好）
- (6.1) :

$$U(c) = \sum_{\omega \in \Omega} \pi_{\omega} u_{\omega}(c_0, c_{1\omega})$$



独立性公理

公理4 假设消费计划 c 与 c' 相对于某一状态 ω 有相同的消费路径 x 且 c 优于 c' ，那么，如果把 x 换成另外一个消费路径 y ， c 仍然优于 c'

释意： ω' 态下的偏好不受 ω 态下消费的影响

$$u(\omega) = u_{\omega}(c_0, c_{1\omega})$$



Ex 6.1 Page 90

- 明天天气状态：[天晴，下雨]
- $c1 = [\text{海滩}4\text{h}, \text{TV}4\text{h}]$
- $c2 = [\text{海滩}2\text{h} + \text{TV}2\text{h}, \text{TV}4\text{h}]$: $c1$ 优于 $c2$
- $c1' = [\text{海滩}4\text{h}, \text{工作}4\text{h}]$
- $c2' = [\text{海滩}2\text{h} + \text{TV}2\text{h}, \text{工作}4\text{h}]$: $c1'$ 优于 $c2'$

- 若两个计划在下雨时消费相同（ $\text{TV}4\text{h}$ 或工作4h），雨天的具体消费不影响晴天的偏好



消费路径的偏好

- 状态互斥（不可能有两个或多个状态同时发生），故消费路径互斥
- 独立性公理（不同状态下的效用独立）：同一状态下的不同消费的偏好可比，并与其它状态下的消费无关
- 独立性公理是效用函数具有期望效用形式（6.1）的**必要**条件



Ex 6.2 Page 90

同一状态下**不同商品**的消费不必独立：

- $c1 = [\text{海滩}4h + 1\text{升水}]$, $c2 = [\text{TV}4h + 1\text{升水}]$
- $c1$ 优于 $c2$

- $c1' = [\text{海滩}4h]$, $c2' = [\text{TV}4h]$
- $c1'$ 优于 $c2'$?



期望效用函数（续）

- 定理6.1（Debreu）在独立性公理假设下，定理2.1给出的效用函数具有6.1式的期望效用形式
- 独立性公理是效用函数具有期望效用形式（6.1）的充分条件



6.2 附加假设

- 同一消费路径在不同状态下可能有不同的效用：晴天、雨天消费 1 升水
- **状态独立假设**：效用函数与状态无关

$$u_{\omega}(c_0, c_{1\omega}) = u(c_0, c_{1\omega})$$



时期累积性

- 1期消费的效用可能受到0期消费的影响：吃很多牛肉、吸毒
- 时期累积time additive或时期独立time separable假设：一个消费路径的效用是各期消费得到的效用之和

$$u(c_0, c_1) = u_0(c_0) + u_1(c_1)$$

概率、时期、效用三分离

进一步假设: $u_0 = u(\bullet)$

$$u_1 = \rho u(\bullet)$$

ρ : 时期偏好系数time preference coefficient

$\rho < 1$: 1期的效用低, 希望早消费 (在时间上没有耐心),

此时 ρ 被称为时期折扣系数time - discount coefficient

$$U(c) = \sum_{\omega \in \Omega} p_{\omega} u(c_0, c_{1\omega}) \quad (6.2)$$

$$= u_0(c_0) + \sum_{\omega \in \Omega} p_{\omega} u_1(c_{1\omega}) \quad (6.3)$$

$$= u(c_0) + \rho \sum_{\omega \in \Omega} p_{\omega} u(c_{1\omega}) \quad (6.4)$$



U与u

- 都叫效用函数
- U具序数性：可对U作任意正单调变换
- u具基数性cardinal：数值相对大小有意义

- 消费路径的效用u影响总效用U： u数值的相对大小可能改变U的排序



6.3 期望效用函数的拓展

- **积习** habit formation: 效用函数某种形式上的时期关联性
- **攀比** catching up with the Jones: 效用函数对他人消费的依赖（一种状态依赖）
- **状态依赖** state dependence
- **一阶风险厌恶** first order risk aversion, prospect theory: 效用函数不可微
- **不确定性厌恶** uncertainty aversion: 独立性公理不成立