基本框架

第2章

理论框架的三个部分

1. 经济结构

   环境、参与者、金融市场

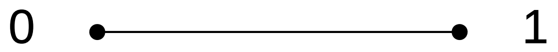
2. 参与者通过市场交易进行资源配置
3. 市场配置资源的效率

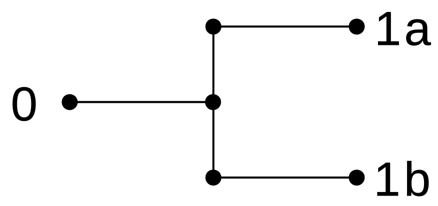
2.1 经济环境

二要素

时间：现在与未来的资源及需求不一样

风险：未来具有不确定性



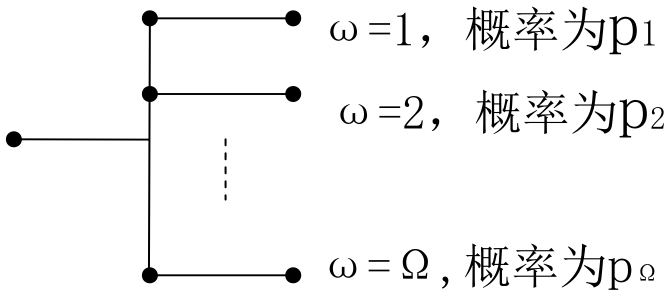


经济环境（续）

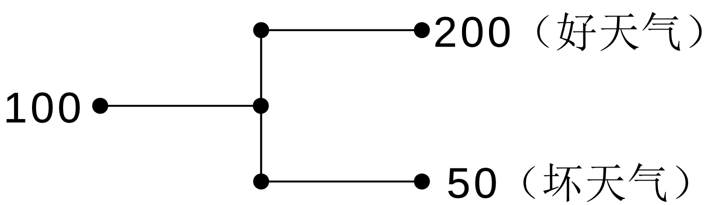
- 外生状态state ω： 未来的某一给定的可能情形
- 状态空间state space Ω： 所有可能状态的集合
- ω 状态发生的概率为： $p_\omega, 0 < p_\omega \le 1, \sum_{\omega=1}^{\Omega} p_\omega = 1$
- 所有状态发生的概率**P**： $P \equiv \{p_\omega, \omega \in \Omega\}$
- **P**称为状态空间上的概率测度 probability measure
- 唯一不可储存perishable商品

经济环境（续）

- 状态树



- Lucas树（例2.1，结桃子数量）



2.2 经济参与者

经济资源

$$e_k = [e_{k,0}; e_{k,1}]$$
$$\equiv [e_{k,0}; [e_{k,11}; \cdots; e_{k,1\omega}; \cdots; e_{k,1\Omega}]],$$
$$k = 1, \cdots, K$$

- 秉赋endowment
- 信息：公共（概率P）；私有（逆向选择和道德风险）
- 生产技术：实现不同时间的资源的相互转化。——假设参与者不拥有任何生产技术

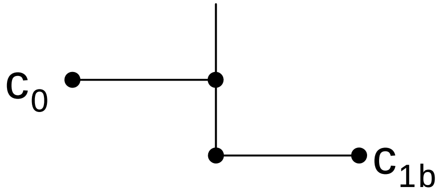
经济参与者（续）

经济需求（consumption）

- 消费计划（可能的消费选择）

$$c = [c_0; c_1]$$

- 消费路径（计划的一个特定实现）



- 消费集（计划的集合）

经济参与者（续）

凸集（convex set）

定义 2.1 设 A 为 R_n 中的一个集合。对于任意的 a,b∈A 和 α∈[0, 1]，

$\alpha a+(1-\alpha)b\in A$，则称集合 A 为凸集。

闭集（close set）

定义 2.2 对于 R_n 的集合 A，如果其中的任意序列 a_i（i=1,2,...）有极限 a 且

$a\in A$，则称集合是闭集。

假设 1 消费集 $C=R_+^{1+n}$ 是中 R_+^{1+n} 的一个闭凸子集。

经济参与者（续）

（对不同消费计划的）**偏好**（排序）

- 偏好满足:　　　　　≥ 优于; ～无差异

1. 完备性：a≥b, b≥a, or a～b（可比）
2. 传递性：一致性（理性行为的要素之一）

- 基本假设（公理）：

1. 不满足性：a>b则a严格优于b
2. 连续性：提供相似消费的计划排序“接近”
3. 凸性：{a：a优于b}是凸集

13页 例2.2

- 某人消费计划

  a严格优于b， b严格优于c， c严格优于a

经济参与者（续）

定义 2.4　对应于偏好关系的效用函数 U 是从 C 到 R 的函数，

U：C—>R，使得 $\forall a,b \in C$，当且仅当 $a \geq b$ 时，$U(a) \geq U(b)$。

定理 2.1　（Debreu）对于一个在闭的、凸消费集 C 上满足完备性、传递性和连续性的偏好，存在一个定义于 C 上的连续效用函数 U（·）使得

$\forall a,b \in C, a \geq b$, 当且仅当 $U(a) \geq U(b)$

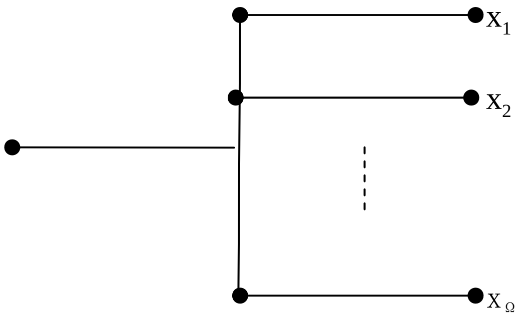
经济参与者（续）

偏好基本假设的效用表述：

- 不满足性：a≥b则U(a) ≥U(b)
- 连续性: $U(a_n) \rightarrow U(a)$当$a_n \rightarrow a$
- 凸性: U(a)>U(b)则U(xa+(1-x)b)>U(b)

2.3 证券市场

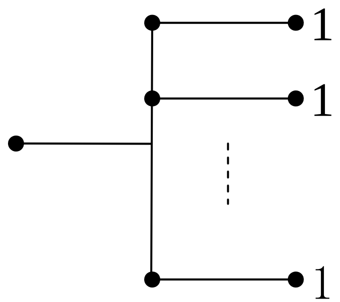
- 证券：一种金融要求权，它在1期会给其所有者带来外生给定的支付，支付的数量依赖于1期的经济状态、支付的概率分布在0期已知
- 支付树payoff tree：
- 支付空间payoff space：所有可能支付的集合
- 支付空间的一个向量就定义了一只证券
- （Payoff: 终期收支）



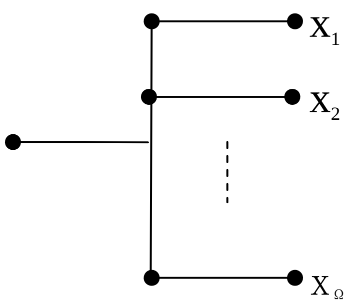
$$x = [x_1; \cdots; x_\Omega]$$

证券市场（续）

- 无风险债券riskless bond的支付



- 股票（所有权。risky security）的支付



证券市场（续）

- 假设市场总共有N只可交易证券，n=1,⋯,N
- 市场结构market structure：支付矩阵X

$$X \equiv [X_{\cdot,1},\cdots,X_{\cdot,n},\cdots X_{\cdot,N}]$$

$$= \begin{pmatrix} x_{1,1} & \cdots & x_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{\Omega,1} & \cdots & x_{\Omega,N} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} X_{1,\cdot} \\ \vdots \\ X_{\omega,\cdot} \\ \vdots \\ X_{\Omega,\cdot} \end{bmatrix}$$

证券市场（续）

- 证券组合portfolio：各证券持有量的一个集合
- k的初始证券组合：交易前的
- 市场组合market portfolio：市场中所有可交易证券的集合。也是所有可交易证券的总供给

$$\theta \equiv [\theta_1; \cdots; \theta_N]$$

$$\bar{\theta}_k \equiv [\theta_{k,1}; \cdots; \theta_{k,N}]$$

$$\theta_M = \sum_{k=1}^{K} \bar{\theta}_k$$

证券市场（续）

- 市场化marketed支付: 任何一个支付x，如果它可以由交易组合来复制或产生，即存在θ，使得**X**θ=x（即可以通过交易由市场取得）

$$M = \left\{ x, x = X\theta : \theta \in R^N \right\}$$

证券市场（续）

假设一个与集中交易相似的交易过程

- 市场出清价格market-clearing price向量S
- k在价格S下对证券的需求向量 $\theta_k(S)$
- 市场出清条件[找到S使总需求（左）=总供给（右）]:

$$\sum_{k=1}^{K}\theta_k(S)=\sum_{k=1}^{K}\overline{\theta}_k$$

证券市场（续）

- 无摩擦市场frictionless market假设
  - 所有参与者都可以无成本地参与证券市场
  - 无交易成本
  - 对于参与者的证券持有量无头寸限制（多头、空头）
  - 个体参与者的交易不会影响证券价格
  - 没有税收

2.4 基本经济模型

定义 2.5 一个经济的定义如下：

1．有两个时期，0 和 1，在 1 期有 Ω 个可能状态。对于这些状态有概率测度 P。只有一种不可储存的商品。

2．经济中有 K 个参与者（$k=1,\cdots,K$）：

（a）每一参与者对未来状态发生的可能性都有相同的信息，由 P 描述；

（b）每一参与者具有秉赋 $e_k \in R_+^{1+\Omega}$；

（c）每一参与者有定义于 $C=R_+^{1+\Omega}$ 上，且满足公理 1—公理 3 的偏好；

（d）有一个市场结构为 X 的无摩擦市场。

证券市场经济

- 证券市场经济security-market economy：所有参与者的1期秉赋都可表示为其初始证券组合的支付

2.5 市场均衡

参与者各自优化

- 没有市场时：c=e
- 有市场时的优化为：用0期的储蓄，换得1期的融资消费

$$\max_{\theta_k} U_k(c_k)$$

$$s.t.\, c_{k,0} = e_{k,0} - S^T \theta_k$$

$$c_{k,1} = e_{k,1} + X\theta_k$$

$$c_0, c_1 \geq 0$$

$$k = 1, \cdots, K$$

市场出清

- 假设初始持有量为0则市场出清条件（右式）决定均衡价格equilibrium price

$$\sum_{k=1}^{K}\theta_k(e_k,S)=0$$

- Walras法则：证券市场出清意味着商品市场出清

$$\sum_{k=1}^{K}c_k=\sum_{k=1}^{K}e_k$$

- 求解均衡的两步：1.求解最优组合. 2.求均衡价格

2.3 配置最优

定义 2.7　配置 $\{c_k, \forall k\}$ Pareto 占优于配置 $\{c'_k, \forall k\}$，如果 $\forall k : U_k(c_k) \geq U_k(c'_k)$，且严格不等式至少对一个参与者成立。

定义 2.8　给定经济的总供给 $\{e_k, \forall k\}$，一个配置 $\{c_k, \forall k\}$ 是可行的，如果 $\sum_k c_k = \sum_k e_k$。

定义 2.9　（Pareto 最优，Pareto Optimality）如果配置 $\{c_k, \forall k\}$ 是可行的，且不存在另外占优于它的可行配置，则它是最优的。

27页 例2.5

- 三个配置

2.8 练习

1. $U(c)$ 和 $V(c)$ 是两个效用函数，$c \in \mathrm{R}_+^n$，且 $V(x)=f(U(x))$，其中 $f(\cdot)$ 是一正单调函数。证明这两个效用函数表示了相同的偏好。

解： 假设 $U(c)$ 表示的偏好关系为 $\succeq$，那么 $\forall\, x, y \in R_+^N$ 有

$$U(x) \geq U(y) \Leftrightarrow x \succeq y$$

而 $f(\cdot)$ 是正单调函数，因而

$$V(x) = f(U(x)) \geq f(U(y)) = V(y) \Leftrightarrow U(x) \geq U(y)$$

因此 $V(x) \geq V(y) \Leftrightarrow x \succeq y$，即 $V(c)$ 表示的偏好也是 $\succeq$。

练习（续）

3. $U(c)=c-\frac{1}{2}a\,c^2$ 是一可能的效用函数，其中 $c\in\mathrm{R}_+$，a 是非负的系数。$U(c)$ 具有不满足性吗？如果不，那么 a 取什么值和/或 c 在什么范围内时 $U(c)$ 具有不满足性？

解： 不一定。

比如当 $a=1$ 时，$U(\frac{1}{2})=\frac{3}{8}<U(1)=\frac{1}{2}>U(3)=-1.5$。$U(c)$ 不具有不满足性。

当 $a=0$ 时，$U(c)=c$ 具有不满足性；当 $a>0$ 时，当 $c\in[0,\frac{1}{a}]$ 时 $U(c)$ 具有不满足性。